

Αικατερίνη Ν. Κορνηλάκη

*Διδακτορική διατριβή
University of London, 1999*

Η κατανόηση του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης από τα μικρά παιδιά

Εισαγωγή

Πλήθος ερευνών για την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των παιδιών έχει ασχοληθεί με την κατανόηση εννοιών και τη λύση προβλημάτων σχετικών με τις πράξεις της πρόσθεσης και της αφαίρεσης (Carpenter & Moser, 1982, 1983· Fuson, 1992· Hughes, 1986· Riley, Greeno & Heller, 1983). Οι μελέτες αυτές έχουν δείξει, χωρίς αμφιβολία, ότι ακόμα και παιδιά προσχολικής ηλικίας, που δεν έχουν διδαχτεί τις πράξεις αυτές στο σχολείο, μπορούν να λύσουν ποικιλία προβλημάτων προσθετικού τύπου. Λιγότερες μελέτες υπάρχουν, ωστόσο, σχετικές με την κατανόηση εννοιών πολλαπλασιαστικού τύπου από τα μικρά παιδιά (Carpenter, Ansell, Franke, Fennema & Weisbeck, 1993· Kouba, 1989). Και αυτό, γιατί ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση θεωρούνται πράξεις δύσκολες, εκτός του πεδίου δυνατοτήτων των μικρών παιδιών.

Σκοπός της παρούσας μελέτης είναι να εξετάσει τις απαρχές κατανόησης του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης και το πώς τα παιδιά ανακαλύπτουν τη μεταξύ τους σχέση. Η υπόθεση της έρευνας είναι ότι οι απαρχές των πράξεων βρίσκονται στα σχήματα δράσης των παιδιών. Αυτή η υπόθεση, που προτάθηκε από τον Piaget (1965), έχει επιβεβαιωθεί από σχετικές μελέτες στην πρόσθεση και την αφαίρεση. Όπως είναι γνωστό, τα νήπια ενώνουν και αφαιρούν σύνολα μεταξύ τους, προτού ακόμα μπορέσουν να πουν ποια πράξη κάνουν. Αυτά τα σχήματα δράσης παίζουν καθοριστικό ρόλο στην κατανόηση των αριθμητικών πράξεων, γιατί οι σταθερές των σχημάτων δράσης είναι οι ίδιες με τις σταθερές των αντίστοιχων αριθμητικών πράξεων. Επειδή τα σχήματα δράσης αφορούν πράξεις επί των αντικειμένων και αλλαγές επί των μεταξύ τους σχέσεων (ενώνω, χωρίζω, μοιράζω...), ενδέχεται τα παιδιά να μάθουν για τις σχέσεις αυτές, προτού μπορέσουν να τις εκφράσουν ποσοτικά μέσω των πράξεων.

Τα παιδιά προσχολικής ηλικίας κατέχουν κάποια σχήματα δράσης, τα οποία σχετίζονται με τις πράξεις του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης. Για τον πολλαπλασιασμό, σύμφωνα με τον Piaget, απαιτείται η κατανόηση των σχέσεων πολλαπλής αντιστοιχίας. Όπως τονίζει ο ίδιος, «όταν το παιδί κατανοήσει την πολλαπλή αντιστοιχία, σύντομα θα συνειδητοποιήσει και τον πολλαπλασιασμό και θα τον χρησιμοποιήσει ως πράξη» (Piaget, 1965, σ. 203-204). Έχει βρεθεί ότι παιδιά ηλικίας 5 έως 6 ετών κατανοούν τις σχέσεις πολλαπλής αντιστοιχίας και επομένως έχουν κάνει ένα σημαντικό βήμα για την κατάκτηση του πολλαπλασιασμού.

Τα σχήματα δράσης, που σχετίζονται με τη διαίρεση, αναπτύσσονται νωρίς. Ήδη από την ηλικία των 4 ετών, τα παιδιά γνωρίζουν να μοιράζουν μεταξύ τους αντικείμενα με τέτοιο τρόπο, έτσι ώστε όλοι οι αποδέκτες να καταλήγουν με ίσα μερίδια (Davis & Pepper, 1992· Davis & Pitkethly, 1990· Desforges & Desforges, 1980· Frydman, 1990· Hunting & Davis, 1991· Frydman & Bryant, 1988· Miller, 1984). Αυτό το σχήμα δράσης του μερισμού πιστεύεται ότι θέτει τα θεμέλια για την κατανόηση της πράξης της διαίρεσης.

Το ερώτημα, όμως, που τίθεται είναι τι τελικά κατανοούν τα παιδιά για τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση από τα παραπάνω σχήματα δράσης. Αν τα παιδιά μαθαίνουν κάτι για τον πολλαπλασιασμό από το σχήμα πολλαπλής αντιστοιχίας, τότε ίσως μπορούν να καταλάβουν ότι το γινόμενο του πολλαπλασιασμού εξαρτάται τόσο από το μέγεθος όσο και από τον αριθμό των συνόλων, που βρίσκονται σε αντιστοιχία. Όσον αφορά τη διαίρεση, από την εμπειρία τους με τη διαδικασία του μοιράσματος, τα παιδιά ενδέχεται να κατανοήσουν τις σχέσεις, που υπάρχουν ανάμεσα στους διαιρετικούς όρους. Πιο συγκεκριμένα, αυτά ενδέχεται να κατανοήσουν την αντίστροφη σχέση διαιρέτη-πηλίκου, δηλαδή ότι όσο πιο πολλοί μοιράζονται κάτι, τόσο πιο λίγο θα πάρει ο καθένας. Κατά τους Correia, Nunes & Bryant (1998) η κατανόηση των διαιρετικών σχέσεων αποτελεί ένα σημαντικό βήμα για την κατάκτηση της διαίρεσης ως πράξης.

Η μελέτη αυτή θέτει ένα ακόμα ερώτημα για την ανάπτυξη του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης. Έχει βρεθεί ότι τα παιδιά κατέχουν έναν αριθμό σχημάτων δράσης σχετικών με τις δύο πράξεις, με τη βοήθεια των οποίων μπορούν να λύνουν προβλήματα πολλαπλασιασμού και διαίρεσης, προτού εισαχθούν στις πράξεις αυτές στο σχολείο. Δεν μας είναι γνωστό, όμως, αν τα παιδιά κατανοούν από την αρχή την αντίστροφη σχέση των δύο αυτών πράξεων ή αν οι δύο πράξεις αναπτύσσονται παράλληλα στην αρχή, για να συντονιστούν μεταξύ τους αργότερα. Η υπόθεση της μελέτης μας ήταν ότι οι δύο πράξεις αναπτύσσονται ανε-

ξάρτητα η μια από την άλλη. Η υπόθεση αυτή στηρίχθηκε πρώτον στο ότι οι πράξεις αυτές πηγάζουν από διαφορετικά σχήματα δράσης: ο πολλαπλασιασμός από το σχήμα της πολλαπλής αντιστοιχίας και η διαίρεση από το σχήμα του μερισμού. Δεύτερο, ενδέχεται να συμβαίνει ό,τι συμβαίνει με την πρόσθεση και την αφαίρεση. Τα παιδιά προσχολικής ηλικίας, αν και λύνουν με ευκολία προβλήματα προσθετικού τύπου, ωστόσο δεν ανακαλύπτουν την αντίστροφη σχέση των δύο πράξεων από την αρχή.

Για να απαντήσουμε τα παραπάνω ερωτήματα, σχεδιάσαμε μια σειρά μελετών οι οποίες παρουσιάζονται εν συντομία στη συνέχεια.

Μελέτη I

Σκοπός μας στην πρώτη μελέτη ήταν να εξετάσουμε αν τα παιδιά μπορούν να διατάξουν σε σειρά μεγέθους διαφορετικά πολλαπλασιαστικά γινόμενα με βάση τις σχέσεις πολλαπλής αντιστοιχίας. Το ερώτημά μας ήταν αν τα παιδιά κατανοούν ότι το γινόμενο θα εξαρτηθεί τόσο από το μέγεθος όσο και από τον αριθμό των συνόλων σε αντιστοιχία. Για παράδειγμα, κατανοούν τα παιδιά ότι 4 σακουλάκια με 3 σοκολάτες το καθένα μάς δίνουν περισσότερες σοκολάτες από 4 σακουλάκια με 2 σοκολάτες το καθένα; Για να βεβαιωθούμε ότι τα νήπια διατάσσουν τα σύνολα με βάση τις σχέσεις πολλαπλής αντιστοιχίας και όχι υπολογίζοντας το γινόμενό τους, τους ζητήθηκε: α) να υπολογίσουν το μέγεθος των συνόλων και β) να διατάξουν σύνολα συνεχών ποσοτήτων, που ήταν δύσκολο να υπολογίσουν αριθμητικά το γινόμενό τους.

Υποκείμενα

Στη μελέτη έλαβαν μέρος: α) 35 παιδιά μέσης ηλικίας 5,07 ετών, β) 35 παιδιά μέσης ηλικίας 6,06 ετών και γ) 35 παιδιά μέσης ηλικίας 7,07 ετών από την πόλη του Λονδίνου.

Σχεδιασμός και διαδικασία

Δείξαμε στα παιδιά δυο διαφορετικές σειρές από σπιτάκια, που βρίσκονταν σε αντιστοιχία. Στα σπιτάκια αυτά έμεναν κουνελάκια. Ζητήθηκε από τα παιδιά να μας πουν ποια από τις δύο σειρές είχε περισσότερα κουνελάκια σε διάφορες συν-