

## Παράγοντες που επηρεάζουν τη σύγκριση ασυνεχών ποσοτήτων από παιδιά προσχολικής ηλικίας

Λικατερίνα Ν. Κορηλάκη, Γρηγόρης Χλουβεράκης

### Εισαγωγή

Μελέτες σε παιδιά προσχολικής ηλικίας έχουν καταδείξει την ικανότητά τους να εκφραστούν σωστά μέρος της αριθμητικής ακολουθίας των φυσικών αριθμών (Fuson, Richards & Briars, 1982, Fuson, Secada & Hall, 1983, Siegler & Robinson, 1982). Γρήγορα, τα νήπια συνειδητοποιούν ότι αυτή η ακολουθία είναι ένα χρήσιμο εργαλείο προκειμένου να ποσοτικοποιήσουν τα στοιχεία ενός συνόλου. Έτσι, με την απαρίθμηση μπορούν να ορίσουν το μέγεθος ενός συνόλου ή να δημιουργήσουν σύνολα καθορισμένου μεγέθους (Fuson, 1988, Munn, 1997). Αν και τα νήπια φαίνεται να κατακτούν νωρίς την ικανότητα απαρίθμησης, ωστόσο πρώτος ο Piaget (1965) διατύπωσε αμφιβολίες, για το κατά πόσο κατανοούν το νόημα αυτής της διαδικασίας. Ο ίδιος έδειξε ότι υπάρχει περίπτωση το νήπιο, να μπορεί μεν να απαριθμεί, αλλά να μην καταφέρει στην απαρίθμηση ή να μην την αξιοποιεί σωστά, για να επιλύσει προβλήματα στα οποία θα έδινε λύση. Όταν, για παράδειγμα, δύο σύνολα βρέσκονται σε πλήρη ένα-προς-ένα αντιστοιχία, είναι εύκολο να αναφερθεί κανείς χωρίς απαρίθμηση για την ισότητα ή μη των στοιχείων τους. Όταν, όμως, τα σύνολα δεν είναι σε αντιστοιχία, τότε είναι αναγκαία η απαρίθμηση των στοιχείων τους για μία ασφαλή σύγκριση. Στη δεύτερη αυτή περίπτωση τα νήπια δεν φαίνεται να απαριθμούν. Χαρακτηριστική είναι η συμπεριφορά τους στα πειράματα διατήρησης ασυνεχών ποσοτήτων, όπου σπάνια καταφεύγουν στην απαρίθμηση, για να συγκρίνουν το πλήθος της κάθε σειράς. Αντιθέτως, οι εκπαιδευτές τους είναι ολικές και στηρίζονται στο χώρο που καταλαμβάνουν τα στοιχεία του συνόλου. Αυτό παρατηρείται επειδή, όπως εξηγεί ο Κρασσανάκης (1987, σελ. 232-233), «οι έννοιες «περισσότερο» και «λιγότερο» σημαίνουν για το παιδί της ηλικίας αυτής «πάνω περισσότερο ή λιγότερο τόπο», με αποτέλεσμα οι εκτιμήσεις του να είναι εύθραυστες στη μεταβολή διάταξης των στοιχείων του συνόλου.

Μεταγενέστερες έρευνες επιβεβαίωσαν τις αρχικές παρατηρήσεις του Piaget. Ο Brainerd (1979) στη μελέτη του ζήτησε από τα νήπια να συγκρίνουν το πλήθος δύο συνόλων. Τα σύνολα ήταν διαταγμένα σε αντιστροφές σειρές, χωρίς όμως να υπάρχει ένα-προς-ένα αντιστοιχία των στοιχείων τους, ενώ συχνά η διάταξη ήταν παραπλανητική. Πότε, δηλαδή, το μικρότερο σε μέγεθος σύ-

νολο φαινόταν μεγαλύτερο, λόγω του ότι απλωνόταν περισσότερο στο χώρο και πότε άμεσα σύνολα φαινόταν ίσα, καθώς είχαν το ίδιο μήκος. Ο Brainerd (1979) βρήκε ότι τα νήπια, όπως ακριβώς και στα παιζετικά πειράματα, έκριναν το μέγεθος των συνόλων με βάση τη διάταξή τους στο χώρο. Σε όμοιο αποτέλεσμα κατέληξαν και οι μελέτες της Fuson (1988), όπου τα νήπια έκριναν ως πολυπληθέστερο το σύνολο, που ήταν μακρύτερο, καθώς και όταν υπήρχε ένα-προς-ένα χρωματική αντιστοιχία των στοιχείων των δύο σειρών.

Ακόμα, όμως, και τα νήπια που καταφεύγουν στην απαρίθμηση, για να συγκρίνουν το πλήθος δύο συνόλων, στις τελειές τους κρίσεις δεν βασίζονται πάντα στο αποτέλεσμα της απαρίθμησης. Ο Piaget (1965) αναφέρει περιπτώσεις νηπίων, που απαρίθμησαν μεν σωστά τα στοιχεία του κάθε συνόλου, στο τέλος όμως έκριναν ως πολυπληθέστερο εκείνο, που φαινόταν μεγαλύτερο. Ο δε Saxe (1977) αναφέρει την περίπτωση νηπίων, που έκαναν επίτηδες λάθος στην απαρίθμηση, ώστε να συμφωνεί το αποτέλεσμα της με την οπτική τους εκτίμηση.

Γιατί, όμως, τα νήπια που γνωρίζουν να απαριθμούν, δεν συγκρίνουν με βάση το αποτέλεσμα της απαρίθμησης, αλλά επηρεάζονται από τη διάταξη των συνόλων στο χώρο;

Μια εξήγηση είναι αυτή που δόθηκε από τον Piaget (1965) και αναφέρεται στα χαρακτηριστικά της σκέψης του νηπίου, που στην ηλικία αυτή είναι συνολική και σφαιρική. Αυτό σημαίνει ότι η κρίση του νηπίου στηρίζεται στην αντίληψη και όχι στη λογική (Κρασσανάκης, 1987, σελ. 213). Το νήπιο εκτιμά σφαιρικά τις ποσότητες, γιατί η αριθμηση που κάνει είναι «επιφανειακή, μηχανική, χωρίς λειτουργική βαρύτητα» (Κρασσανάκης, 1987, σελ. 207).

Άλλες πιθανές εξηγήσεις-υποθέσεις έχουν διατυπωθεί κατά καιρούς. Για παράδειγμα ο Cowan (1987) διατυπώνει την αμφιβολία του ως προς το κατά πόσο τα νήπια κατανοούν την ίδια την απαρίθμηση. Ακόμα και αν φαίνεται να απαριθμούν σωστά, τηρώντας τις θεμελιώδεις αρχές των Gelman & Gallistel (1978), μπορεί να μην κατανοούν τη σημασία του πληθικού αριθμού (cardinal number), του τελευταίου δηλαδή αριθμού της απαρίθμησης, ο οποίος εκφράζει το μέγεθος του συνόλου. Ωστόσο, η πιθανότητα αυτής της εξήγησης θεωρείται μικρή, αφού υπάρχουν μελέτες που δείχνουν ότι παιδιά ηλικίας 3-6 ετών μπορούν να εντοπίσουν λάθη στην απαρίθμηση ενός τρίτου όταν απαριθμεί σχετιζόμενο με την παραβίαση των τριών θεμελιωδών αρχών (Gelman & Meck, 1983).

Μια άλλη εξήγηση μπορεί να είναι ότι τα νήπια, που ξέρουν να μετρούν και να απαριθμούν, δεν κατανοούν αναγκαστικά και το σχετικό μέγεθος των αριθμών, ότι δηλαδή ο κάθε αριθμός εκφράζει διαφορετικό πλήθος (Cowan 1987). Ωστόσο, ούτε αυτή η εξήγηση φαίνεται πειστική, καθώς υπάρχουν ευρήματα τα οποία δείχνουν ότι τα νήπια, ήδη από την ηλικία των 4 ετών, μπορούν να κρίνουν πότε π.χ. ένα κουτί περιέχει περισσότερα κομπότσια, χωρίς να βλέ-

που το περιεχόμενό του, ακούγοντας πόσα περιέχει το καθένα (Michie, 1984a).

Μία τρίτη υπόθεση αναφέρεται στην αδυναμία συγκράτησης πληροφοριών στη βραχυπρόθεσμη μνήμη των νηπίων. Είναι πιθανό τα νήπια, όταν τους ζητήσουμε να συγκρίνουν δύο σύνολα, να τα απαριθμούν, αλλά όταν πρέπει να τα συγκρίνουν, να έχουν απλά ξεχάσει το μέγεθος του καθενός και έτσι να καταφεύγουν στη διάταξή τους στο χώρο (Cowan, 1987).

Η τελευταία υπόθεση εκφράζει την πιθανότητα να νήπια να μην έχουν εμπιστοσύνη στην ικανότητά τους να απαριθμούν σωστά (Cowan, 1987). Έτσι, στις περιπτώσεις που το αποτέλεσμα της απαρίθμησης δεν συμφωνεί με το ποιο σύνολο φαίνεται να είναι μεγαλύτερο, το παιδί εμπιστεύεται περισσότερο τα οπτικά δεδομένα. Το γεγονός ότι τα νήπια ενδέχεται να μην εμπιστεύονται την ικανότητά τους να απαριθμούν, υποστηρίζεται και από μελέτες που δείχνουν ότι τα καταφέρνουν καλύτερα στη σύγκριση μικρών αριθμών – που κατέχουν καλά – παρά μεγάλων (Michie, 1984b).

Ο Cowan (1987) στη μελέτη του ήλεγξε συστηματικά κάποιες από τις παραπάνω υποθέσεις. Σε μια σειρά τεσσάρων πειραμάτων έλαβαν μέρος νήπια ηλικίας 3 έως 6 ετών, που κατά τον έλεγχο του πρότεστ ήξεραν να απαριθμούν. Προκειμένου να ελέγξει τις δυσκολίες που προκύπτουν από τη συγκράτηση στη μνήμη του πληθίσματος των δύο συγκρινόμενων συνόλων, ο ερευνητής τους υπενθύμιζε το πλήθος του κάθε συνόλου, προτού κάνουν τη σύγκριση. Για να εξεταστεί η πιθανότητα τα νήπια να μην εμπιστεύονται την ικανότητά τους να απαριθμούν, ο Cowan χώρισε το δείγμα του σε δύο ομάδες. Στην μία την απαρίθμηση των συνόλων έκαναν τα νήπια, ενώ στην άλλη ο ίδιος ο ερευνητής. Αν οι δυσκολίες των νηπίων οφείλονται στην έλλειψη εμπιστοσύνης στην ικανότητά τους να απαριθμούν, τότε ήταν αναμενόμενο η δεύτερη ομάδα να αποδώσει καλύτερα.

Σε γενικές γραμμές η μελέτη του Cowan (1987) έδειξε ότι τα μικρά νήπια στις περιπτώσεις, που οι πληθίσματα των συνόλων έρχονται σε αντίθεση με τη διάταξή τους στο χώρο, εξακολουθούν να θεωρούν μεγαλύτερο το σύνολο εκείνο, που απλώνεται περισσότερο στο χώρο, ακόμα και όταν η απαρίθμηση γίνεται από τον ερευνητή. Θα μπορούσαμε, ωστόσο, να κάνουμε μία παρατήρηση όσον αφορά το σχεδιασμό της μελέτης αυτής. Τα συγκρινόμενα σύνολα διέφεραν ως προς το πλήθος τους κατά μία μονάδα. Ενδέχεται, η δυσκολία των νηπίων να έγκειται στη μοναδιαία διαφορά των πληθίσματος των δύο συνόλων, ενώ, είναι πιθανό να εμπιστεύονται το αποτέλεσμα της απαρίθμησης, και όχι τη διάταξη των συνόλων, όταν η πληθική τους διαφορά είναι περισσότερο αισθητή. Η υπόθεση αυτή ενισχύεται από μια σειρά ευρημάτων που δείχνουν ότι, όταν ζητήσουμε από τα νήπια να συγκρίνουν δύο αριθμούς, ο χρόνος απόκρισης είναι αντιστρόφως ανάλογος της διαφοράς των δύο αριθμών (Bank,

1977. Moyer & Dumais, 1978. Sekuler & Mierkiewitc, 1977). Η αύξηση στο χρόνο αντίδρασης υποδηλώνει τη δυσκολία της σύγκρισης. Για το λόγο αυτό, στην παρούσα έρευνα θα μελετήσουμε τις κρίσεις των νηπίων σε δύο συνθήκες: όταν οι συγκρινόμενοι πληθίσματα είναι γειτονικοί και όταν απέχουν δύο μονάδες. Επιπλέον, θα ελεγχθεί και η δεύτερη υπόθεση, κατά πόσο δηλαδή τα νήπια που απαριθμούν, κατανοούν το σχετικό μέγεθος των αριθμών.

## Μεθοδολογία

### Υποκείμενα

Στη μελέτη έλαβαν μέρος 30 νήπια (12 κορίτσια και 18 αγόρια) μέσης ηλικίας 5 ετών και 4 μηνών (ηλικιακό εύρος 5 ετών έως 5 ετών και 10 μηνών). Το δείγμα επιλέχθηκε από μία ομάδα 47 νηπίων κατά τη διαδικασία του πρότεστ. Η παραπάνω ηλικιακή ομάδα κρίθηκε κατάλληλη για τους σκοπούς της έρευνας, καθώς τότε τα περισσότερα νήπια μπορούν να απαριθμούν.

### Σχεδιασμός και διαδικασία

Ο σχεδιασμός της μελέτης μας ακολουθεί τη λογική που πρωτοαναπτύχθηκε από τον Piaget (1965) και που υιοθετήθηκε από μεταγενέστερους μελετητές με παραλλαγές. Πιο συγκεκριμένα, επειδή η μελέτη μας αποτελεί προέκταση της μελέτης του Cowan (1987) ακολουθήσαμε το σχεδιασμό της έρευνάς του, με τις εξής διαφορές: α) τα πεντάχρονα στη μελέτη μας εξετάστηκαν σε λιγότερες δραστηριότητες, κάνοντας τη διαδικασία λιγότερο κουραστική, ενώ β) συμπεριλάβαμε και ζεύγη αριθμών με διαφορά δύο μονάδων. Πιο αναλυτικά ο σχεδιασμός είχε ως εξής:

#### i. Το Πρότεστ

Σε προηγούμενες μελέτες δεν εξετάζονταν πάντα η ικανότητα απαρίθμησης των νηπίων (Fuson et al. 1983) ή δεν αναφέρεται πώς αυτή αξιολογήθηκε (Michie, 1984a,b), γεγονός που αποδυναμώνει τα ευρήματά τους. Για να αποκλείσουμε την πιθανότητα τα λάθη σύγκρισης να οφείλονται σε δυσκολίες απαρίθμησης, επιλέξαμε με τη διαδικασία του πρότεστ τα νήπια εκείνα που γνώριζαν να απαριθμούν. Τα σύνολα που απαρίθμησαν ήταν του ίδιου μεγέθους με αυτά που κλήθηκαν να συγκρίνουν στην κύρια πειραματική διαδικασία.

Στη διαδικασία του πρότεστ παρουσιάσαμε στα νήπια 6 κάρτες. Κάθε κάρτα παρουσίαζε μία κάθετη σειρά από κυκλάκια, ο αριθμός των οποίων ήταν 3, 4, 5, 8, 9 και 10. Στις μισές κάρτες τα κυκλάκια ήταν μπλε και στις άλλες μισές κίτρινα, είχαν διάμετρο 1cm και η μεταξύ τους απόσταση ήταν 70mm. Οι παραπάνω αριθμοί επιλέχθηκαν γιατί τα περισσότερα νήπια έχουν άνεση στη απαρίθμηση εντός των ορίων της πρώτης δεκάδας.

Σημειωτέον, ότι στη μελέτη του Cowan (1987) τα νήπια κλήθηκαν να απαριθμήσουν 24 κάρτες με 3, 4, 8, 9, 15 και 16 κουκίδες, που ποίκιλλαν ως προς το χρώμα και την μεταξύ τους απόσταση. Στη μελέτη μας δεν κρίθηκε σκόπιμο να εξετάσουμε την ικανότητα απαρίθμησης αριθμών μεγαλύτερων του 10, αφού, όπως και στη μελέτη του Cowan, οι συγκρίσεις στην πειραματική διαδικασία κυμαίνονταν μόνο εντός της πρώτης δεκάδας. Έτσι αποφύγαμε την κόπωση των νηπίων από την πρώτη ήδη φάση της έρευνας.

Οι κάρτες επιδόθηκαν με τυχαία σειρά, λέγοντας στα νήπια ότι τα κυκλάκια αντιστοιχούν σε καραμέλες. Τους ζητήσαμε να μας πουν πόσες καραμέλες είχε η κάθε κάρτα. Μόνο τα νήπια που απαρίθμησαν σωστά όλες τις κάρτες συμμετείχαν στην πειραματική διαδικασία.

#### ii. Η πειραματική διαδικασία

Η πειραματική διαδικασία χωρίζεται σε δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος ελέγξαμε τη δεύτερη υπόθεση του Cowan (1986) ότι δηλαδή ενδέχεται τα νήπια, που γνωρίζουν να απαριθμούν, να μην κατανοούν το σχετικό μέγεθος των αριθμών. Η υπόθεση αυτή εξετάσθηκε ζητώντας τους να συγκρίνουν δύο αριθμητικά μεγέθη. Πιο συγκεκριμένα, τους δείξαμε σε κάρτα δύο όμοια κουτιά και τους είπαμε ότι το ένα περιείχε π.χ. 3 και το άλλο 4 σοκολάτες. Τους ζητήσαμε να μας πουν, αν περιείχαν τον ίδιο αριθμό από σοκολάτες και σε περίπτωση που η απάντησή τους ήταν αρνητική, να μας δείξουν το κουτί με τις περισσότερες. Τα νήπια δεν είχαν οπτικές πληροφορίες για τα συγκρινόμενα μεγέθη, καθώς τα κουτιά ήταν κλειστά, και ως εκ τούτου οι εκτιμήσεις τους βασίζονταν στο σχετικό μέγεθος των αριθμών. Τα ζεύγη των συγκρινόμενων μεγεθών ήταν (3, 4), (3, 5), (8, 9) και (8, 10).

Στο δεύτερο μέρος εξετάσαμε, αν η κρίση του νηπίου για το μέγεθος μιας ποσότητας επηρεάζεται από τον τρόπο παρουσιάσής της. Ζητήσαμε από τα νήπια να συγκρίνουν δύο σειρές από κυκλάκια - που αντιστοιχούσαν σε καραμέλες - και να κρίνουν ποια από τις δύο είχε τις περισσότερες. Τα νήπια έβλεπαν τα συγκρινόμενα μεγέθη σε τρεις διαφορετικές συνθήκες / διατάξεις:

α) Στην κανονική διάταξη το μήκος των σειρών ήταν αντίστοιχο του πλήθους τους.

β) Στην *ισομήκη* διάταξη οι άνισες σε πλήθος σειρές είχαν το ίδιο μήκος.

γ) Στην *αντίστροφη* διάταξη το μήκος των σειρών ήταν αντίστροφο του πλήθους τους. Η σειρά, δηλαδή, με τις λιγότερες καραμέλες εμφανιζόταν να είναι η μακρύτερη.

Σε κάθε συνθήκη διάταξης ζητήθηκε από τα νήπια να συγκρίνουν διαφορετικά ζεύγη αριθμών. Τα ζεύγη αυτά διέφεραν α) ως προς το εύρος της διαφοράς μεταξύ των δύο συγκρινόμενων αριθμών, να ποιά κρινόταν από 0 έ-

ως 2 μονάδες και β) ως προς το μέγεθος των αριθμών του ζεύγους, που ήτα «μικροί» (05) και «μεγάλοι» αριθμοί (>5). Αναλυτικά τα ζεύγη φαίνονται στον Πίνακα 1.

Πίνακας 1

Τα ζεύγη των συγκρινόμενων αριθμών ανάλογα με το μέγεθος και τη μεταξύ τους διαφορά

Μέγεθος	Διαφορά μεταξύ των αριθμών του ζεύγους		
	0	1	2
Μικρά	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)
Μεγάλα	(8, 8)	(8, 9)	(8, 9)

Συνολικά δείξαμε στα νήπια 16 κάρτες, καθεμία εκ των οποίων παρουσίαζε δύο κάθετες ως προς το νήπιο σειρές από κυκλάκια. Με τη διάταξη αυτή απκλείαμε το ενδεχόμενο τα νήπια, να επιλέξουν ως πολυπληθέστερη τη σειρά κείνη, που ήταν κοντύτερά τους. Οι κάρτες επιδόθηκαν με τυχαία σειρά. Οι συγκρινόμενες σειρές είχαν διαφορετικό μεταξύ τους χρώμα (κίτρινο ή μπλε) το οποίο ποίκιλλε συστηματικά από κάρτα σε κάρτα. Πότε π.χ. η μακρύτερη σειρά των 3 κύκλων ήταν μπλε και πότε κίτρινη.

Η υπόθεση της μελέτης μας ήταν ότι τα νήπια, αν και γνωρίζουν να απαριθμούν, θα επηρεαστούν στις κρίσεις τους από τη διάταξη των συνόλων. Γι το λόγο αυτό αναμενόταν να έχουν καλύτερες επιδόσεις στην κανονική διάταξη. Υποθέσαμε επίσης ότι τα νήπια θα είχαν καλύτερες επιδόσεις στις συγκρίσεις μεταξύ των μικρών αριθμών και στα ζεύγη εκείνα, που η μεταξύ τους διαφορά θα ήταν δύο μονάδες.

Τα νήπια εξετάσθηκαν ατομικά στο χώρο του νηπιαγωγείου τους. Προκειμένου να ελέγξουμε την επιρροή του Cowan (1987) ότι δηλαδή τα νήπια ενδέχεται να εμπιστεύονται τη διάταξη περισσότερο από την απαρίθμηση, λόγω έλλειψης εμπιστοσύνης στην ικανότητά τους να απαριθμούν, αλλά και για να αποφύγουμε την κόπωσή τους, ο ερευνητής ήταν αυτός που απαριθμούσε τις σειρές κάθε κάρτας. Ο ερευνητής βεβαίως τα νήπια ότι ήξερε να απαριθμεί άριστα. Στο τέλος της απαρίθμησης τους υπενθύμιζε τον πληθώραριθμό κάθε σειράς, πληροφορίζοντας έτσι το ενδεχόμενο να έχουν ξεχάσει τους συγκρινόμενους πληθώραριθμούς. Τέλος, ρωτούσε τα νήπια, αν οι δύο σειρές είχαν τον ίδιο ή διαφορετικό αριθμό από καραμέλες. Αν η απάντηση ήταν ότι οι σειρές διέφεραν τους ζητούνταν να επιλέξουν τη σειρά με τις περισσότερες και να αιτιολογήσουν την απάντησή τους.

Η εξέταση του δεύτερου μέρους έγινε σε διαφορετική ημέρα από το προ-τέστ και το πρώτο μέρος.

#### Αποτελέσματα

Τα νήπια που έλαβαν μέρος στη μελέτη μας, κατόπιν της επιλογής που έγινε με τη διαδικασία του προτέστ, γνώριζαν να απαριθμούν. Προκειμένου να ελέγξουμε, αν τα νήπια κατανοούσαν και το σχετικό μέγεθος των αριθμών, εξετάσαμε αρχικά την επίδοσή τους στη συνθήκη κατά την οποία έπρεπε να κρίνουν ποιο κουτί περιείχε περισσότερες σοκολάτες.

**Πίνακας 2**  
Ποσοστά επιτυχίας ανά διάταξη και ζεύγος σύγκρισης

Ζεύγος	Διάταξη			
	Κανονική	Κουτί	Ισομήκης	Αντίστροφη
(3, 4)	97	93	63	43
(3, 5)	100	93	67	73
(8, 9)	100	80	27	33
(8, 10)	100	93	57	23

Όπως φαίνεται και στον Πίνακα 2, στην συγκρίση των κουτιών οι επιδόσεις των νηπίων κινήθηκαν σε υψηλά επίπεδα (80%-93%), ανεξάρτητα από το μέγεθος των αριθμών του ζεύγους ή της μεταξύ τους διαφοράς ( $p = .112$ ). Το εύρημα αυτό φανερώνει ότι, όταν δεν υπάρχουν οπτικές πληροφορίες, τα νήπια κατανοούν το σχετικό μέγεθος τόσο των μικρών όσο και των μεγάλων αριθμών.

Στη συνέχεια, εξετάσαμε την επίδοση των νηπίων στις περιπτώσεις εκείνες που έβλεπαν τα συγκρινόμενα σύνολα. Οι παράγοντες των οποίων η επίδραση εξετάστηκε ήταν τρεις: α) η διάταξη των στοιχείων (κανονική, ισομήκης και αντίστροφη), β) η διαφορά μεταξύ των πληθάρων των συγκρινόμενων ζευγών (μοναδιαία ή διαφορά δύο μονάδων) και γ) το μέγεθος των αριθμών (μικροί ή μεγάλοι αριθμοί). Η ανάλυση των διωνυμικών αυτών δεδομένων έγινε με τον έλεγχο Q του Cochran, σε συνολικό επίπεδο σημαντικότητας 5%. Σε περίπτωση σημαντικών ευρημάτων έγιναν post-hoc έλεγχοι McNemar με στάθμησι Bonferroni.

#### α. Συγκρίσεις μεταξύ ίσων αριθμών

Στις συγκρίσεις μεταξύ ίσων αριθμών, σχεδόν όλα τα παιδιά έδωσαν τη

σωστή απάντηση, όταν η διάταξη των συνόλων ήταν κανονική (Πίνακας 3). Η άριστη αυτή επίδοση, ωστόσο, δεν διατηρήθηκε, όταν οι συγκρινόμενες και ίσες αριθμητικά σειρές, είχαν διαφορετικό μήκος. Τα νήπια θεώρησαν ότι η μακρύτερη σειρά είχε τις περισσότερες καραμέλες. Η μείωση αυτή του ποσοστού επιτυχίας κρίθηκε στατιστικά σημαντική (McNemar  $p < 0.001$ ) και για τα δύο ζεύγη αριθμών [(3,3) & (8,8)]. Μόνο 4 στα 10 παιδιά δεν παραπλανήθηκαν από τη διαφορετική διάταξη του ίδιου πλήθους (40% στην καρτέλα με τα ζεύγη (3,4) και 37% στην καρτέλα με τα ζεύγη (8,8).

**Πίνακας 3**  
Ποσοστά επιτυχίας ανά διάταξη και ζεύγος σύγκρισης

Ζεύγος	Διάταξη	
	Κανονική	Ανισομήκης
(3, 3)	90%	40%
(8, 8)	97%	37%

#### β. Συγκρίσεις μεταξύ άνισων αριθμών

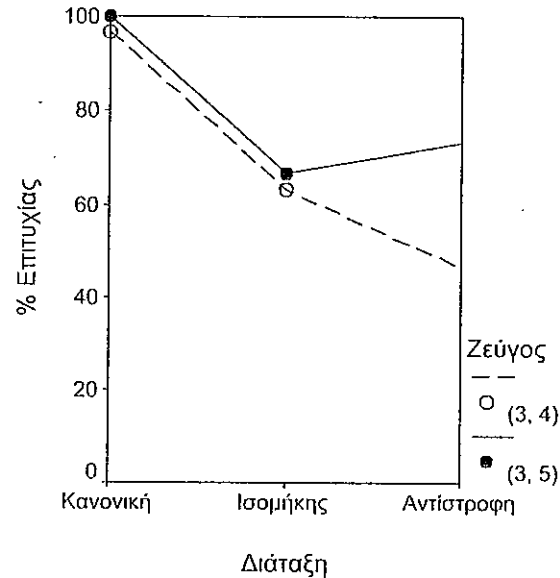
##### Οι συγκρίσεις μικρών αριθμών

Στις συγκρίσεις μεταξύ άνισων μικρών αριθμών [ζεύγη (3, 4) & (3, 5)] τα ποσοστά επιτυχίας των νηπίων άγγιξαν το 100%, μόνο στην περίπτωση της κανονικής διάταξης (Πίνακας 2).

Το ποσοστό επιτυχίας μειώθηκε, ωστόσο, σημαντικά ( $Q(5)=40.57$ ,  $p < 0.001$ ) όταν η διάταξη δεν ήταν ανάλογη του πλήθους των συνόλων (Σχήμα 1, Πίνακας 2). Στην περίπτωση της ισομήρους διάταξης, το ποσοστό επιτυχίας μειώθηκε, σε παραπλήσια ποσοστά, και στα δύο ζεύγη συγκρίσεων: 63% για το ζεύγος (3, 4) και 67% για το ζεύγος (3, 5). Σημαντική διαφοροποίηση στα δύο ζεύγη παρατηρήθηκε όταν η μικρότερη σε πλήθος σειρά παρουσιαζόταν ως η μακρύτερη (αντίστροφη διάταξη): λιγότερα από τα μισά νήπια (47%) απάντησαν σωστά στο ζεύγος (3, 4), ενώ για το ζεύγος (3, 5) το ποσοστό επιτυχίας ξεπέρασε το 70% (McNemar  $p = 0.02$ ).

Σχήμα 1

Επίδραση της διατάξης και του ζεύγους μικρών αριθμών στην επίδοση των νηπίων

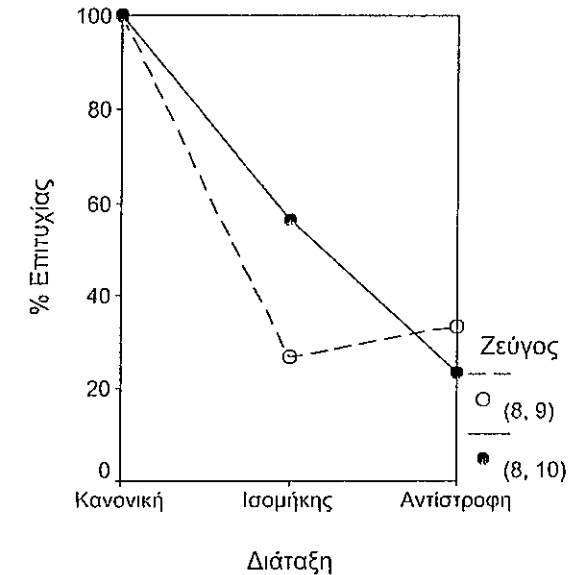


#### Οι συγκρίσεις μεγάλων αριθμών

Οι επιδόσεις των νηπίων στα δύο συγκρινόμενα ζεύγη μεγάλων αριθμών (8, 9) και (8, 10), έφτασαν το 100% στην κανονική διάταξη. Ωστόσο, σημαντική ήταν η μείωση της επίδοσης στις δύο παραπλανητικές διατάξεις ( $Q(5)=83,53$ ,  $p<0.001$ ). Στην ισομήκη διάταξη, υπήρξε πολύ σημαντική διαφοροποίηση στην επίδοση των δύο ζευγών (McNemar  $p=0.004$ ): στο ζεύγος (8, 9) περισσότερα από 7 στα 10 παιδιά απέτυχαν, ενώ στο ζεύγος (8, 10) σχεδόν 6 στα 10 πέτυχαν! Η επίδοση των παιδιών στην αντίστροφη διάταξη κυμάνθηκε τόσο για το ζεύγος (8, 9) όσο και για το ζεύγος (8, 10) σε αρκετά χαμηλά ποσοστά (33% και 23% αντίστοιχα), τα οποία δεν διέφεραν σημαντικά μεταξύ τους (McNemar  $p=0.37$ ). Ιδιαίτερα εντυπωσιακή, πάντως, είναι η μείωση επίδοσης στο ζεύγος (8, 10) από την ισομήκη στην αντίστροφη διάταξη (Σχήμα 2, Πίνακας 2): από 57% «βούτηξε» στο 23% (McNemar  $p=0.002$ ).

Σχήμα 2

Επίδραση της διατάξης και του ζεύγους μεγάλων αριθμών στην επίδοση των νηπίων



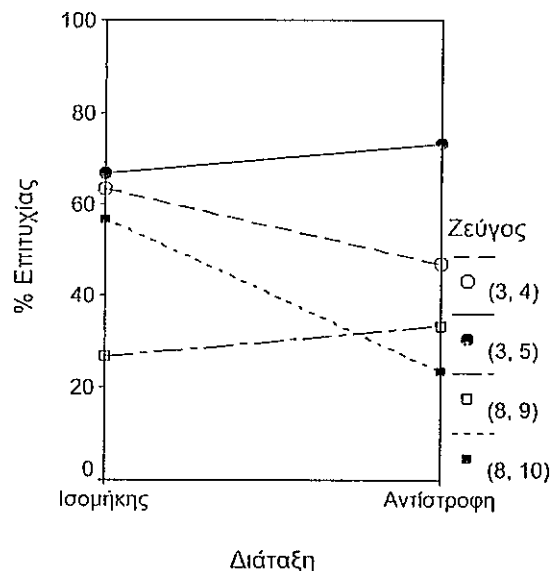
#### Συγκρίσεις ζευγών με μικρούς και μεγάλους αριθμούς

Γενικά τα νήπια είχαν χειρότερη επίδοση στις συγκρίσεις των μεγάλων αριθμών (Σχήμα 3, Πίνακας 2). Στην ισομήκη διάταξη, και στην περίπτωση ζευγών μοναδιαίας διαφοράς η επίδοση των νηπίων παρουσιάζει σημαντικότερη κάμψη στο μεγάλο ζεύγος: το ποσοστό επιτυχίας υποδιπλασιάζεται! (από το 63% που ήταν στο (3, 4) κατεβαίνει στο 27% για το (8, 9), McNemar  $p=0.001$ ). Στην ίδια διάταξη, όμως, όταν η διαφορά του ζεύγους γίνει δύο μονάδες [ζεύγη (3, 5) και (8, 10)], η επίδοση των παιδιών δεν διαφέρει σημαντικά μεταξύ μικρού και μεγάλου ζεύγους (McNemar  $p=0.55$ ) και παραμένει σε αρκετά υψηλά επίπεδα (57% και 67%, αντίστοιχα).

Τέλος, και τελείως αντίθετα με την ισομήκη διάταξη, στην πλέον παραπλανητική αντίστροφη διάταξη, η επίδοση των μαθητών στη σύγκριση ζευγών μοναδιαίας διαφοράς δεν παρουσιάζει σημαντική διαφορά μεταξύ μικρών και μεγάλων αριθμών (McNemar  $p=0.34$ ). Είναι, όμως, κατά πολύ χειρότερη στο μεγάλο ζεύγος με διαφορά δύο μονάδων, όπου το ποσοστό των παιδιών που απαντά σωστά υποδιπλασιάζεται από το 73% στο 23% (McNemar

Σχήμα 3

Σύγκριση μικρών και μεγάλων ζευγών στις παραπλανητικές διατάξεις



Ο τρόπος που τα νήπια αιτιολόγησαν τις λανθασμένες απαντήσεις τους, φανερώνει ότι επηρεάστηκαν από τη διάταξη των συνόλων. Στην ισομήκη διάταξη η συνηθέστερη λανθασμένη απάντηση ήταν ότι οι δύο σειρές περιείχαν τον ίδιο αριθμό από καραμέλες, γιατί άρχιζαν και τελείωναν στο ίδιο σημείο. Στην αντίστροφη διάταξη τα νήπια που απέτυχαν θεώρησαν ότι η μακρύτερη σειρά ήταν και η πολυπληθέστερη, αγνοώντας το μέγεθος των πληθαρθίμων. Δεν έλειψαν, όμως, και τα νήπια (5 στα 30) που έδειξαν να ξεφρνιάζονται από αυτή την αντίφαση και που ρώτησαν τον ερευνητή πώς κατάφερε να κάνει τον μεγάλο αριθμό να φαίνεται μικρός!

#### Συζήτηση και συμπεράσματα

Τα αποτελέσματα της μελέτης μας σε γενικές γραμμές συνηγορούν υπέρ της άποψης ότι τα νήπια, όταν συγκρίνουν το πλήθος δύο συνόλων, επηρεάζονται στις κρίσεις τους από τη διάταξή τους. Ο σχεδιασμός της μελέτης μας επιτρέπει να αποκλείσουμε τη μεσολάβηση κάποιων παραγόντων στους οποίους θα μπορούσε να αποδοθεί αυτή η γνωστική συμπεριφορά. Οι παράγοντες αυτοί εί-

α) Οι δυσκολίες απαρίθμησης, αφού με τη διαδικασία επιλογής του προ-τέστ στη μελέτη μας έλαβαν μέρος μόνο νήπια που γνώριζαν να απαριθμούν.

β) Η ελλιπής κατανόησης του σχετικού μεγέθους των αριθμών, αφού στο πρώτο μέρος της πειραματικής διαδικασίας, όπου τα νήπια δεν είχαν οπτικά δεδομένα, ένα εντυπωσιακό ποσοστό μπορούσε να κρίνει ποιο από τα δύο κουτιά με σοκολάτες περιείχε τις περισσότερες.

γ) Η έλλειψη εμπιστοσύνης των νηπίων στην ικανότητα απαρίθμησης τους, αφού στην πειραματική διαδικασία η απαρίθμηση των συνόλων έγινε από τον ίδιο τον εξεταστή.

δ) Οι αδυναμίες της βραχυπρόθεσμης μνήμης, αφού, προτού απαντήσουν τα νήπια, ο εξεταστής τους υπενθύμιζε το πλήθος κάθε σειράς.

Οι δύο πρώτοι παράγοντες αποκλείουν το ενδεχόμενο τα νήπια να αποτυγχάνουν, επειδή δεν γνωρίζουν απαρίθμηση και το σχετικό μέγεθος των αριθμών. Οι δύο τελευταίοι παράγοντες αποκλείουν την πιθανότητα οι δυσκολίες των νηπίων να οφείλονται σε μεθοδολογικές αδυναμίες, που συχνά έχει βρεθεί ότι επηρεάζουν σημαντικά την επίδοση των παιδιών.

Το κύριο εύρημα της μελέτης μας είναι ότι η επίδοση των παιδιών επηρεάστηκε από τη διάταξη των συνόλων. Η αντίστροφη και η ισομήκης διάταξη παραπλάνησαν τις κρίσεις των νηπίων. Το αποτέλεσμα αυτό είναι σε συμφωνία με τα ευρήματα των μελετών του Piaget (1965) και μεταγενέστερων ερευνών (Brainerd, 1979. Cowan, 1987). Ωστόσο, βρήκαμε ότι ένα μικρό, αλλά όχι αμελητέο ποσοστό της τάξης του 17% έμεινε ανεπηρεάστο από τη διάταξη των συνόλων.

Βρέθηκε, επίσης, ότι η παραπλανητική επίδραση της διάταξης επηρεάστηκε από δύο παράγοντες: το μέγεθος των συγκρινόμενων συνόλων και από την πληθική τους διαφορά. Σε γενικές γραμμές οι συγκρίσεις μεταξύ μικρών συνόλων, όπως και στη μελέτη του Cowan (1987), ήταν ευκολότερες. Οι λόγοι που καθιστούν τους μικρούς αριθμούς ευκολότερους είναι διάφοροι. Οι πέντε πρώτοι αριθμοί θεωρούνται προνομιούχοι, το παιδί αντιλαμβάνεται εύκολα τις μονάδες που τους συγκροτούν, γιατί έχει στη διάθεσή του τα πέντε δάκτυλα του χεριού του (Κρασανάκης, 1987, σελ. 193). Θα μπορούσε ακόμα να υποστηρίξουμε ότι για αριθμούς μικρότερους ή ίσους του τέσσερα λειτουργεί και ένας άλλος μηχανισμός, ο οποίος συνδράμει το νήπιο αλλά και τους ενήλικες στις συγκρίσεις του. Ο μηχανισμός αυτός είναι γνωστός ως μηχανισμός άμεσης εκτίμησης (subitizing) και έχει την εξής ιδιότητα: μας βοηθά να κάνουμε γρήγορες και ακριβείς εκτιμήσεις του πλήθους μιας ποσότητας, χωρίς προσφυγή στην απαρίθμηση (Λεμονίδης, 1994, σελ. 44). Ο μηχανισμός αυτός λειτουργεί αποτελεσματικά σε μικρές συλλογές που έχουν, όπως στην περίπτω-

Το εύρος της διαφοράς μεταξύ των συγκρινομένων συνόλων φάνηκε να επηρεάζει την απόδοση των νηπίων, όχι όμως με συστηματικό τρόπο. Σε κάποιες περιπτώσεις τα νήπια απέδωσαν σημαντικά καλύτερα όταν η διαφορά των συγκρινομένων συνόλων ήταν δύο μονάδες. Ήταν εντυπωσιακό το υψηλό ποσοστό επιτυχίας στην αντίστροφη διάταξη, με μικρούς αριθμούς διαφοράς δύο μονάδων (ζεύγος 3, 5), σε σύγκριση με το αντίστοιχο ποσοστό στο ζεύγος μοναδιαίας διαφοράς (ζεύγος 3, 4). Ακόμα τα νήπια απέδωσαν καλύτερα στην ισομύκη, αλλά όχι και στην αντίστροφη διάταξη, στους μεγάλους αριθμούς με διαφορά δύο μονάδων (ζεύγος 8, 10).

Το γεγονός ότι η διαφοροποίηση της επίδοσης των παιδιών ανάλογα με το εύρος της διαφοράς των συγκρινομένων ζευγών ήταν επιλεκτική, μας κάνει να προβληματιστούμε ως προς τους λόγους που την προκάλεσαν. Ο λόγος για τον οποίο στη μελέτη μας εισάγαγαμε τις συγκρίσεις ζευγών με διαφορά δύο μονάδων, ήταν η εξέταση της υπόθεσης ότι η αύξηση της διαφοράς των πληθυσμίων των συγκρινομένων συνόλων, θα προέτρεπε τα νήπια να συγκρίνουν με βάση το σχετικό μέγεθος των αριθμών και όχι τη διάταξή των συνόλων. Το γεγονός ότι τα νήπια δεν εκμεταλλεύτηκαν σταθερά αυτή τη διαφορά, μπορεί να οφείλεται στο ότι η διαφορά των δύο μονάδων δεν ήταν αρκετά μεγάλη. Για τις περιπτώσεις, όμως, που τα νήπια φάνηκε ότι επωφελήθηκαν από τη διαφορά αυτή, υπάρχουν αμφιβολίες ως προς το κατά πόσο η βελτίωση της επίδοσής τους οφείλεται στη διαφορά του σχετικού μεγέθους των αριθμών και μόνο. Στην αντίστροφη διάταξη του ζεύγους διαφοράς δύο μονάδων (3 & 5) το 70% των νηπίων δεν παραπλανήθηκε από τη διάταξη των συνόλων, ενώ το αντίστοιχο ποσοστό για το ζεύγος μοναδιαίας διαφοράς (3 & 4) ήταν 47%. Οι λόγοι που θα μπορούσε να επικαλεσθεί κανείς για αυτή τη διαφορά είναι διάφοροι. Πρώτον, μπορούμε να πούμε ότι η αύξηση της διαφοράς από μία σε δύο μονάδες συνετέλεσε στη βελτίωση της επίδοσης των παιδιών. Αν και αυτή η εξήγηση είναι πολύ πιθανή, ωστόσο εκκρεάζουμε κάποιες επιφυλάξεις. Υπάρχει περίπτωση η αύξηση της πληθικής διαφοράς των συγκρινομένων ζευγών, να διευκόλυνε τη χρήση ολικών εποπτικών συγκρίσεων. Αυτή η εκδοχή, ίσως, να είναι ένας από τους λόγους που τα νήπια βελτίωσαν την επίδοσή τους στην ισομύκη και όχι την αντίστροφη διάταξη του ζεύγους 8 & 10. Στην ισομύκη διάταξη, με οδηγό την ολική οπτική τους αντίληψη, τα νήπια μπορούσαν να επικεντρώσουν την προσοχή τους στη μεγαλύτερη πυκνότητα της σειράς των 10 καραιμένων. Το γεγονός ότι το αποτέλεσμα της απαρίθμησης συνηγορούσε υπέρ των οπτικών εκτιμήσεων, έκανε πιο πιθανή την επιλογή της σωστής σειράς.

Δυστυχώς, τα αποτελέσματα της μελέτης μας για το ρόλο της πληθικής διαφοράς στις συγκρίσεις συνόλων, δεν μπορούμε να τα πειραχάσουμε με αυτά

Όσον αφορά το γιατί τα νήπια συχνά στις συγκρίσεις συνόλων παρασύρονται από τη διάταξή τους, παρόλο που ξέρουν να απαριθμούν και κατανοούν το σχετικό μέγεθος των αριθμών, μπορούμε να κάνουμε τις ακόλουθες παρατηρήσεις. Καταρχήν, όπως τονίζει ο Κρασανάκης (1987, σελ. 191), η κατακτηση της έννοιας του αριθμού είναι το αποτέλεσμα μιας προοδευτικής οικοδομής, που συντελείται σε βάθος χρόνου. Η γνώση της αριθμητικής αιολογίας και της απαρίθμησης είναι αναγκαία, όχι όμως και τα μόνα στοιχεία αυτού του οικοδομήματος. Τα αποτελέσματα της μελέτης μας έδειξαν ότι, αν και ένα σημαντικό ποσοστό (64%) των νηπίων, που εξετάστηκαν για την επιλογή του δείγματος, γνώριζαν να απαριθμούν, ωστόσο η γνώση τους αυτή δεν ήταν λειτουργική. Η γνώση τους για τους αριθμούς ήταν εύθραστη, καθώς δεν είχαν συνειδητοποιήσει ότι κάθε αριθμός αντιπροσωπεύει μια σταθερή πάντα ποσότητα ανεξάρτητα από τη διάταξή της. Δεν πρέπει, κατά δεύτερον, να αγνοήσουμε τα χαρακτηριστικά της σκέψης του νηπίου σε αυτή την ηλικία. Κατά τον Piaget το παιδί ηλικίας 5 ετών καθοδηγείται από την αντίληψη και όχι από τη λογική του. Για αυτό αγνοεί το πλήθος και βασίζεται στο μήκος των συγκρινομένων συνόλων. Κάνει ολικές και εποπτικές συγκρίσεις, με αποτέλεσμα να παρασύρεται από τη μορφή της διάταξης των συνόλων (Κρασανάκης, 1987, σελ. 213, 215). Θα λέγαμε, λοιπόν, ότι εν τη απουσία στέρεης γνώσης της έννοιας του αριθμού και υπό την κυριαρχία των αντιληπτικών δεδομένων, το νήπιο προσφεύγει σε μορφές ποσοτικοποίησης μιας ποσότητας όπως είναι η σφαιρική εκτίμηση (estimation) και η άμεση εκτίμηση (subitizing), όπου αυτή είναι δυνατή.

#### Βιβλιογραφία

- Banks, W. P. (1977) Encoding and processing of symbolic information in comparative judgements. In G. H. Bower (Ed.), *The psychology of learning and motivation* (Vol. 11), New York: Academic Press.
- Brainerd, C. J. (1979). *The origins of the number concept*. New York: Praeger.
- Cowan, R. (1987). When do children trust counting as a basis for relative number judgements? *Journal of Experimental Child Psychology*, 43, 328-345.
- Fuson, K. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer Verlag.
- Fuson, K. C., Richards, J. & Briars, D. J. (1982). The acquisition and elaboration of the number word sequence. In C. Brainerd (Ed.), *Progress in cognitive development. Children's logical and mathematical cognition*. New York: Springer-Verlag.

- conservation of number equivalence. *Child Development*, 54, 91-97.
- Gelman, R. & Meck, E. (1983). Preschoolers' counting: Principles before skill. *Cognition*, 13, 343-359.
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Κρασανάκης, Γ. (1987). *Ψυχολογία του παιδιού*. Αθήνα: ιδίου.
- Λεμονίδης, Χ. (1994). Περίπατος στη μάθηση της στοιχειώδους αριθμητικής. Θεσσαλονίκη: Κυριακίδη.
- Michie, S. (1984a). Number understanding in preschool children. *British Journal of Educational Psychology*, 54, 245-253.
- Michie, S. (1984b). Why preschoolers are reluctant to count spontaneously. *British Journal of Developmental Psychology*, 2, 347-358.
- Moyer, R. S. & Dumais, S. T. (1978) Mental comparison, In G. H. Bower (Ed.), *The Psychology of learning and motivation* (Vol. 12) New York: Academic Press.
- Munn, P. (1997). Children's beliefs about counting. In I. Thompson (Ed.), *Teaching & learning early number* (pp. 9-19). Open University Press: Buckingham.
- Piaget, J. (1965). *The child's conception of number*. New York: Norton.
- Saxe, G. B. (1977). A developmental analysis of notational counting. *Child Development*, 48, 1512-1520.
- Sekuler, R., & Mierkiewicz, D., (1977) Children's judgements of numerical inequality, *Child Development*, 48, 630-633.
- Siegler, R. S., & Robinson, M. (1982). The development of numerical understanding. In H. W. Reese, & L. P. Lipsitt (Eds.) *Advances in child development and behaviour*. New York: Academic Press.